

**Maksimipisteen tehtävittäin:** 7, 6, 6, 7 ja 4

1. Kesäkuun 8. päivän keskilämpötila Helsingin Kaisaniemessä sai vuosina 1995-2004 aikajärjestyksessä seuraavat arvot: 15.8, 14.2, 17.9, 15.8, 15.3, 10.2, 13.6, 17.7, 15.3 ja 10.8°C.

- Määrää tästä otoksesta aritmeettinen keskiarvo, keskihajonta ja mediaani. Selitä kaavojen tms. avulla miten nämä lasketaan (pelkkä laskimen antamaan tulokseen vetoaminen ei riitä).
- Laske a-kohdan tulosten perusteella 95% luottamusväli kesäkuun 8. päivän keskimääräiselle keskilämpötilalle nykyisessä ilmastossa (ts. mille välille keskiarvo asettuisi 95% todennäköisyydellä, jos havaintoja saataisiin äärettömän monta).

2. Eräältä asemalta lähtee paikallisjunia tasaisesti 10 minuutin väliajoin. Junaa säännöllisesti käyttävä henkilö X saapuu asemalle päivittäin täysin satunnaisina aikoina.

- Laske odotusarvo ja keskihajonta ajalle  $t$ , jonka X joutuu odottamaan junaa.
- Millä todennäköisyydellä X joutuu odottamaan junaa kahdella peräkkäisellä kerralla vähintään 8 minuuttia kummallakin?

3. Noppaa heitettiin 100 kertaa. Eri silmälukujen esiintymiskerrat ovat alla olevassa taulukossa. Tutki  $\chi^2$ -testiä käyttäen, onko perusteita epäillä, etteivät tämän nopan kaikki silmäluvut ole yhtä todennäköisiä?

Silmäluku	1	2	3	4	5	6
Esiintymiskerrat	14	23	14	11	24	14

4. Kesän keskilämpötilan (muuttuja  $x$ ) ja korkeimman lämpötilan (muuttuja  $y$ ) arvoista Helsingissä v. 1901-2000 saadaan seuraavat tunnusluvut:

$$\bar{x} = 15.87; \bar{y} = 27.48; \frac{1}{100} \sum_1^{100} (x_i - \bar{x})^2 = 1.21; \frac{1}{100} \sum_1^{100} (y_i - \bar{y})^2 = 3.85;$$

$$\frac{1}{100} \sum_1^{100} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1.35$$

- Laske näiden lukujen perusteella muuttujien  $x$  ja  $y$  välinen korrelaatiokerroin. Eroaako korrelaatio merkittävästi nolasta (i) 5%, (ii) 1%, (iii) 0.1%:n merkitsevyystasolla?
- Kirjoita lineaarinen regressioyhtälö, joka "ennustaa" kesän korkeinta lämpötilaa keskilämpötilan funktiona.
- Kirjoita lineaarinen regressioyhtälö, joka "ennustaa" kesän keskilämpötilaa korkeimman lämpötilan funktiona.

5. Tarvitaanko seuraavia ilmiöitä tarkasteltaessa kaaosteoriaa? Perustele lyhyesti.

- Tunturisopulien määrän muutokset
- Radioaktiivinen hajoaminen
- Maan liike Auringon ympäri
- Taloudellisten suhdanteiden kehittyminen

**HUOM:** käänttöpuolella on taulukoita, joista voi ehkä olla hyötyä.